

有限要素法による平面トラス解析プログラムについて

Ver. 1.0(2025/05/15)

1. 本プログラムの概要

本プログラム tr2d は、有限要素法（FEM）によって平面トラスを解析するプログラムである。利用者は、解析に必要なデータ、すなわち

- 1) 基本データ（総節点数，総要素数，拘束節点数，荷重節点数）
- 2) 節点データ（節点番号，節点の x, y 座標），
- 3) 要素データ（要素番号，要素を構成する両端点の節点番号，要素の縦弾性係数，断面積），
- 4) 拘束データ（拘束する節点の節点番号， x 方向および y 方向変位拘束の有無（拘束あり：1，なし：0）），
- 5) 荷重データ（荷重を負荷する節点番号， x 方向および y 方向の荷重成分），
- 6) コメント

を事前にテキストファイルとして準備しておく。なお，このファイルは，ワードパッドなどのエディターや別添のアプリ Tr2DEditor を用いて作成すればよい。

2. 有限要素解析に必要なデータ

の例

ここでは，図1のように，節点1と節点3を完全拘束（ x, y 方向への移動を許さない）し，節点2に， x 方向へ1000 N の荷重を加えたトラスを例に挙げて，本プログラムが必要とするデータを以下に示す。なお，図1の2本のトラス要素のそれぞれの材料は同一とし，縦弾性係数 E および断面積 A は

$$E = 100 \times 10^9 \text{ N/m}^2, \quad A = 0.0001 \text{ m}^2$$

とする。

図1のトラスは，節点数は3個，要素数は2個，拘束節点（変位を拘束した節点）数は2個，荷重節点（荷重を与えた節点）数は1個である。したがって，基本データは，すべて整数型として

3, 2, 2, 1

となる。なお，データの区切りには半角のコンマ「，」を用いる。

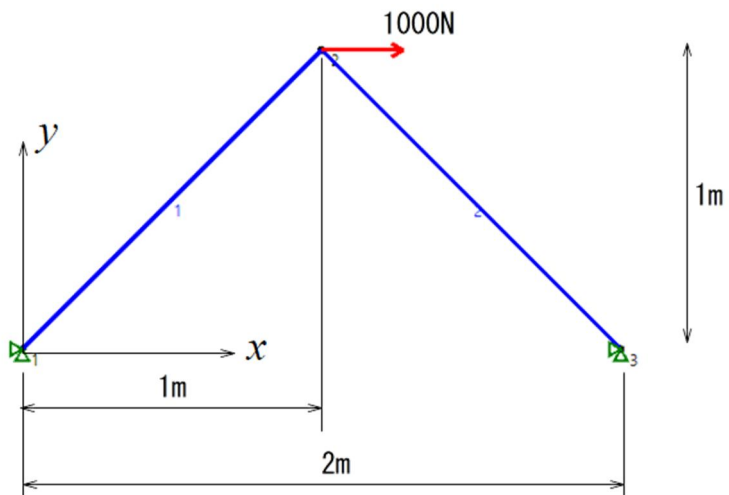


図1 データ作成のための例題

節点データは、総節点数は3個なので、それぞれの節点に1からはじまる節点番号を割り当て、メートルの単位[m]を用いてそれらのxおよびy座標を示すと

1, 0.0, 0.0

2, 1.0, 1.0

3, 2.0, 0.0

となる。ここで、節点番号は整数値、座標データは実数値とし、座標データには小数点をつけたほうがよい。これは、異なるデータ型であることを明示するためである（実際には小数点はなくても正しく読み込まれるが）。

要素データは、要素端点の節点番号とその材料定数（縦弾性係数と断面積）から構成される。図1のように、2個の要素に対して、1から始まる要素番号を割り当てて要素データを作ると

1, 1, 2, 206.0e9, 0.0001

2, 2, 3, 206.0e9, 0.0001

となる。ここで、 $206e9 = 206 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ であり、単位は力はニュートン[N]、長さは[m]を用いている。なお、節点座標の単位が[m]であるので、縦弾性係数の長さの単位も[m]にする必要がある。同様に、断面積の単位も[m²]で入力する必要がある。

図1で変位が拘束されている節点1, 3である。節点1および節点3は、xおよびy方向の変位がゼロなので、拘束データは、すべて整数で表し

1, 1, 1

3, 1, 1

である。ここで、1, 1, 1について説明する。最初の1は拘束節点番号、2番目の1はx方向の変位を拘束することを示し（拘束しなければ0）、3番目の1はy方向の拘束があることを示す。例えば、もし、節点1がy方向にのみ変位が拘束されている場合には、1, 0, 1となる。拘束データは、トラスに外力が作用したときに、剛体移動や回転を抑制し、剛性マトリクスの特異性を回避するために必要なデータである。荷重データは、節点に作用する荷重の値をx方向およびy方向の順に記述すればよく、本問題では

2, 1000.0, 0.0

とする。

最後のコメントデータは、問題に対するコメントを記述する。ここでは「Tr2DProblem」としよう。

以上のデータをまとめると、すべて半角入力として

3, 2, 2, 1

1, 0, 0

2, 1, 1

3, 2, 0

1, 1, 2, 206.0e9, 0.0001

2, 2, 3, 206.0e9, 0.0001

1, 1, 1

3, 1, 1

```
2, 1000.0, 0.0
Tr2DProblem
```

となる。このデータはワードパッドなどエディターあるいはアプリ Tr2DEditor を利用して作成するとよい。（たとえば、ファイル名を sample1.t2d とする）

3. プログラムの実行

3.1 実行手順

本プログラムを起動した直後は図 2 のような画面となっている。

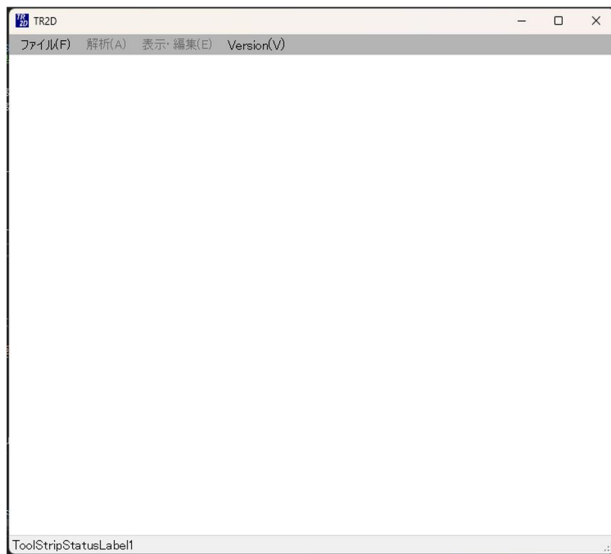


図 2 起動直後の画面

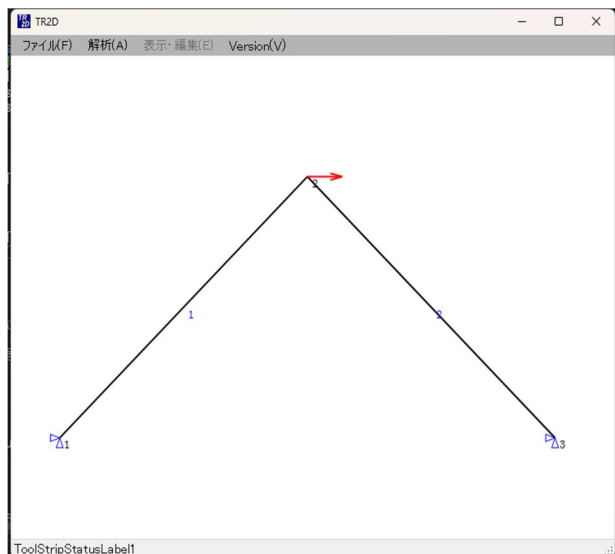


図 3 ファイル読み込み後

次に、ツールメニューの「ファイル」=>「読み込み」とたどり、第 1 章で作成したファイル（sample1.t2d）を指定してファイルを読み込むと、図 3 のように、トラスの各要素、拘束状態および荷重のベクトルが描かれる。

続いて、ツールメニューの「解析」=>「実行」とすれば、図 3 に示すトラスを解析できる。本問題のような少ない節点の場合には有限要素解析はほとんど瞬時に行われる。さらに、数百節点であっても実行に要する時間はほとんど瞬時である。（現在のパソコンでは、数百元の連立一次方程式をガウスの消去法で解くには、0.1 秒も要しない。）

3.2 実行結果の表示

有限要素解析が終了した後に、ツールメニュー「表示・編集」=>「変位」とたどってマウスクリックを行うと、図 4 のような変形図が表示され、トラスの変形の様子を捉えることができる。なお、変位の大きさは、得られた変位の大きさそのものを表しているのではなく、最大変位の大きさがウィンドウの枠の大きさの 10%程度になるよう、拡大して表示している。

また、マウスポインタの位置を節点に近づけると、図 4 に示すようにその節点の (x, y) 方向の変位 u, v

の大きさが自動的に表示されるようになっている（このような自動表示機能をマウスホバーという）。変位の値を知りたい場合にはこの機能は便利である。さらに、図については、直感的なマウス操作により、図形の移動（左クリックとドラッグ）、拡大・縮小（ホイール操作）が可能である。

このほかに、「表示・編集」=>「要素応力」とたどってマウスクリックすると、図5のようなトラス部材の軸応力の大きさに応じたカラーマップが表示され、トラスに生じる応力の様子を捉えることができる。カラーマップでは、応力の最大値と最小値とを10段階に分けて色づけしている。また、応力

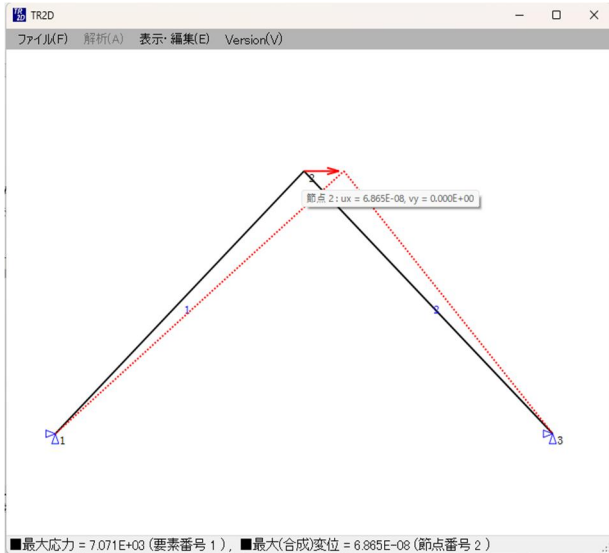


図 4 有限要素解析結果
(変位) の表示

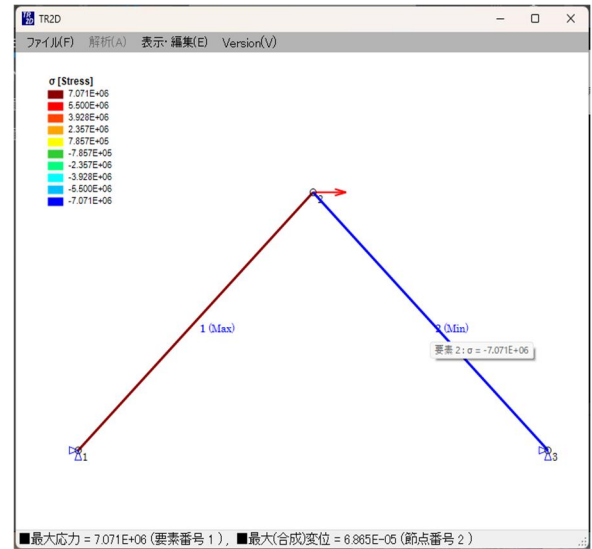


図 5 有限要素解析結果
(応力) の表示

の最大値および最小値を生じている要素には Max, Min の記号も表示している。変位と同様、図5に示すように、要素2の中央にマウスを近づけるとその要素の応力値（ $\sigma_2 = -7.071 \times 10^6 \text{ N/m}^2 = -7.071 \text{ MPa}$ ）が自動的に表示される。

なお、図6のように要素1および要素2に生じる引張り軸力を S_1, S_2 、節点2に作用する水平方向の外力を P （ $=1000\text{N}$ ）、要素1, 2の x 軸とのなす角を θ （ $=\pi/4$ ）とすると、節点2における力のつり合い式は

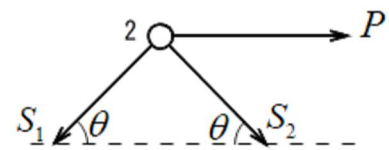


図 6 節点2に作用する力

$$-S_1 \cos \theta + S_2 \cos \theta + P = 0, \quad -S_1 \sin \theta - S_2 \sin \theta = 0 \quad (1)$$

となる。これより S_1, S_2 を求めると

$$S_1 = \frac{P}{2 \cos \theta} = \frac{1000}{2 \times (1/\sqrt{2})} = 707.1 [\text{N}] \text{ (引張り)}, \quad S_2 = -S_1 = -707.1 [\text{N}] \text{ (圧縮)} \quad (2)$$

を得る。したがって、要素1, 2の軸応力 σ_1, σ_2 は

$$\sigma_1 = \frac{S_1}{A} = \frac{707.1}{0.0001} = 7.071 \times 10^6 \text{ N/m}^2 = 7.071 \text{ MPa}, \quad \sigma_2 = -\frac{S_1}{A} = -7.071 \text{ MPa} \quad (3)$$

と得られる。これは、マウスホバーによって得られる $\sigma_2 = -7.071 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ と一致している。

3. 3 実行結果のファイル出力

有限要素解析を実行すると、実行ファイル t2dg1 が置かれたフォルダーに「Tr2D-Results」というテキストファイルが書き込まれる。このファイルは、読み込んだファイル sample1.t2d の内容および有限要素解析の結果が書き込まれており、具体的には以下のようにになっている。

```
*      === 平面トラスの有限要素解析 ===      *
*                               Ver.1.04 (2025)                               *
*      ==  DATE & TIME 2025/05/14 17:56:17 ==      *
*      == Copyright(C) 2025 Tadashi HORIBE ==      *
*                               tadashihoribe@gmail.com                               *
```

File name ==> C:\Users\user\Dropbox\vb2022\em\Tr2DEditor\sample1.t2d

総節点数 = 3

総要素数 = 2

拘束節点数= 2

荷重節点数= 1

節点	x 座標	y 座標
1	0.0000e+0	0.0000e+0
2	1.0000e+0	1.0000e+0
3	2.0000e+0	0.0000e+0

要素番号	Node1	Node2	ヤング率	断面積
1	1	2	2.0600e+11	1.0000e-4
2	2	3	2.0600e+11	1.0000e-4

===== 拘 束 条 件 =====

節点番号	x 拘束	y 拘束
1	1	1
3	1	1

===== 荷 重 条 件 =====

節点番号	x 荷重	y 荷重
2	1.0000e+3	0.0000e+0

===== 変 位 =====

節点	u	v
1	0.0000e+00	0.0000e+00
2	6.8651e-05	0.0000e+00
3	0.0000e+00	0.0000e+00

要素番号	伸 び	軸 力	応 力
1	4.8544e-05	7.0711e+02	7.0711e+06
2	-4.8544e-05	-7.0711e+02	-7.0711e+06

Tr2DProblem 2025/05/14 17:56:17

このファイルには入力データと解析結果が含まれ、記録や検証に利用できる。なお、常時「Tr2D-Results」というファイル名で書き込まれるので、前回の結果は上書きされる。このため、結果を保存したい場合はファイル名を変更してバックアップすること。

4. ほかの解析例

これまでは、説明の便宜上、図1のような簡単なトラス構造を取り上げたが、当然、有限要素法は複雑な構造を対象とすることができる。以下に、参考のためにタワー状構造および橋状構造の解析例を示す。

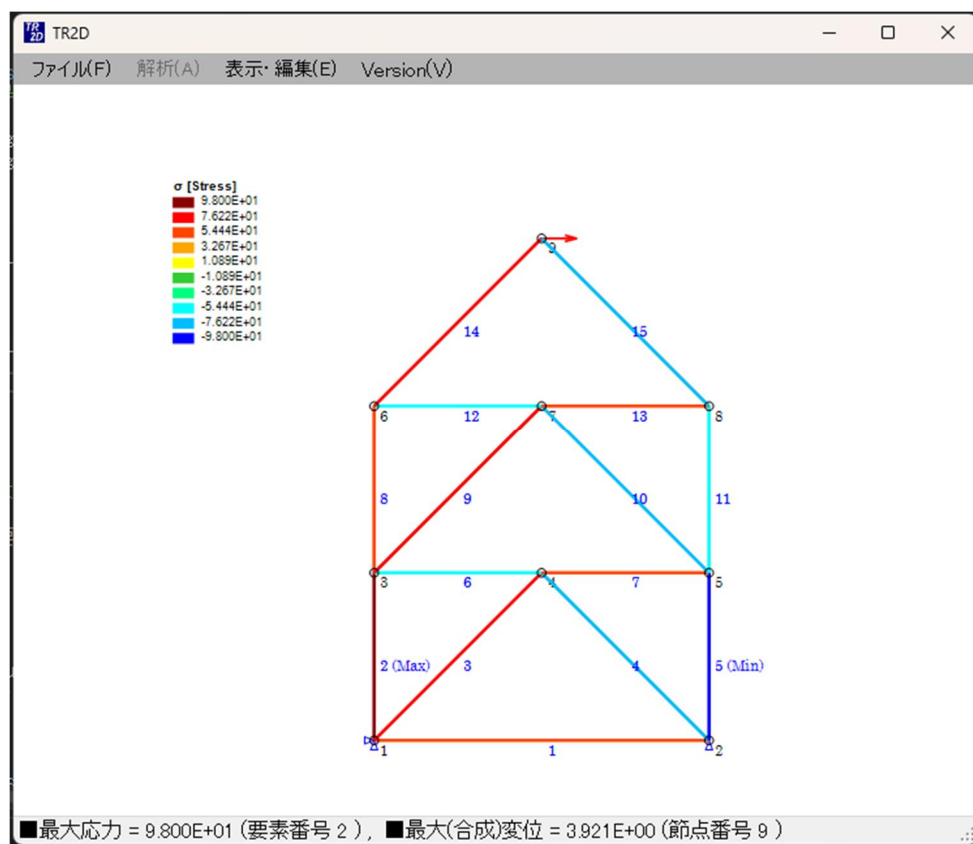
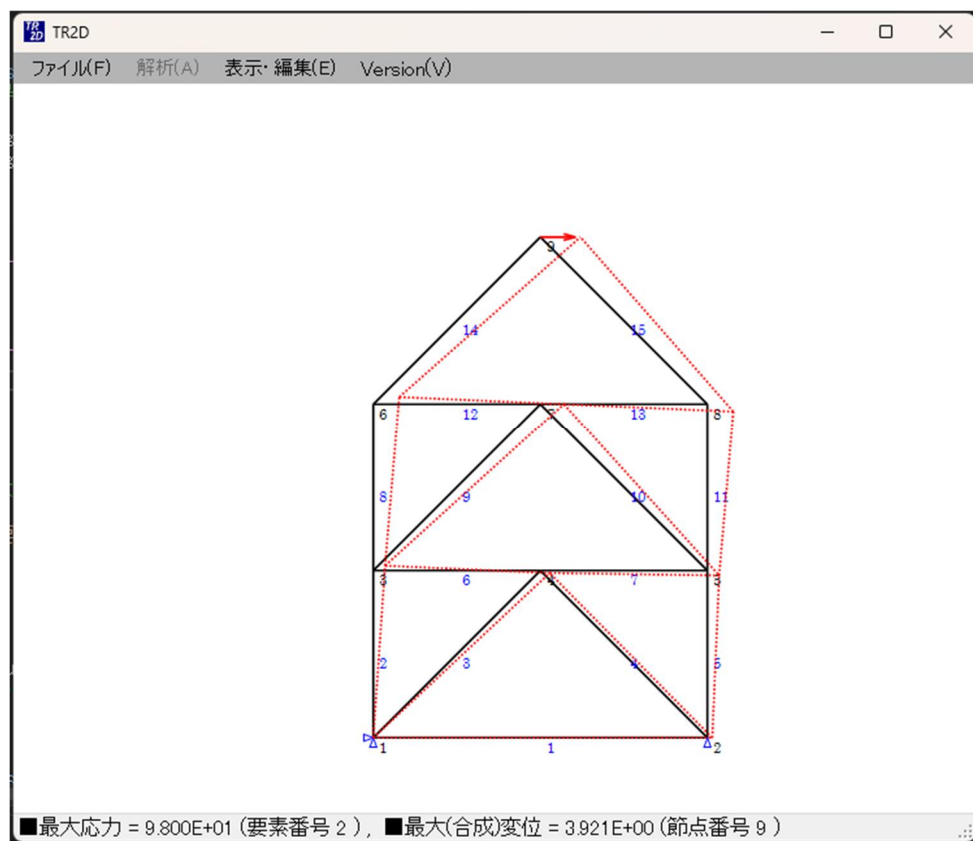


図 7 解析例 2 (タワー状構造物)

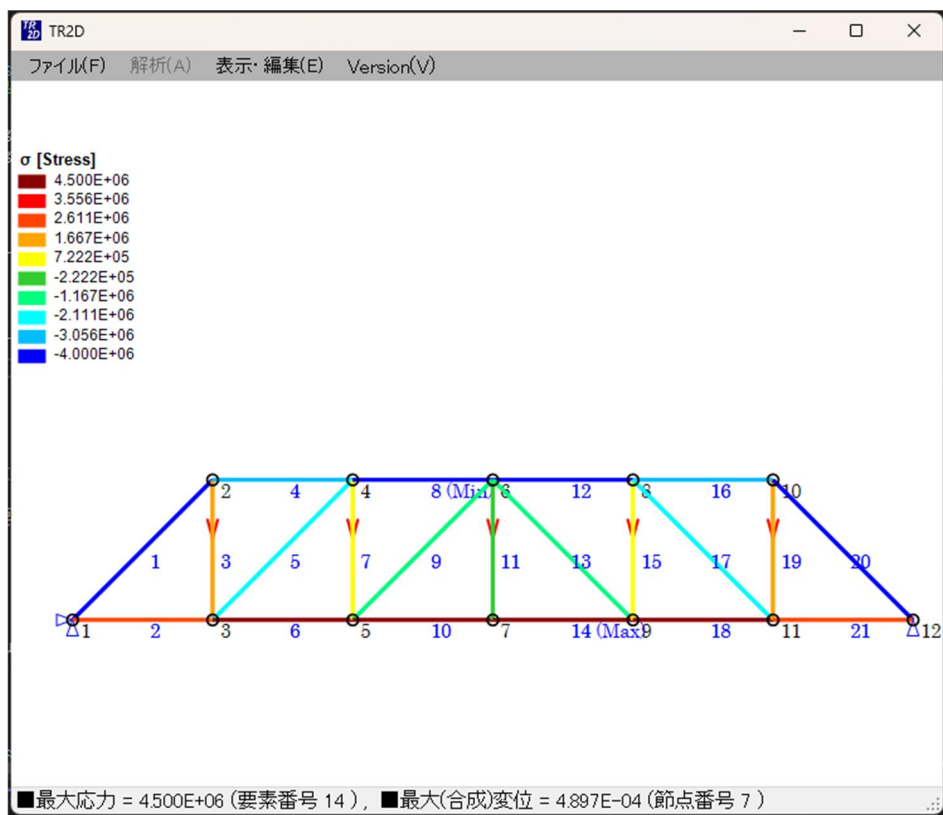
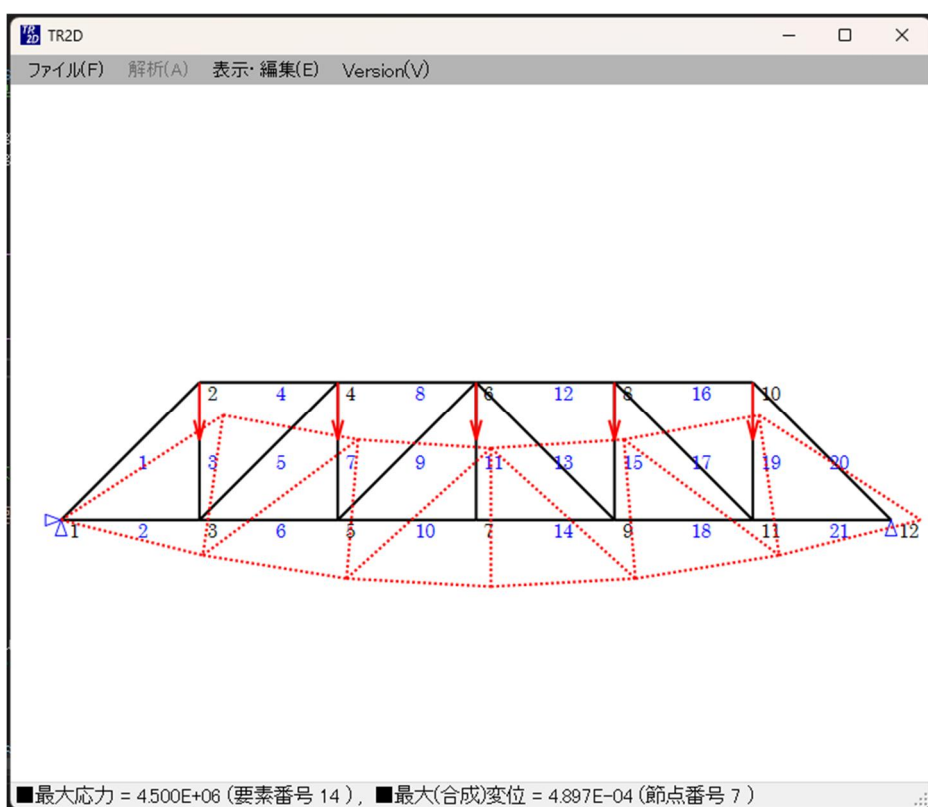


図 8 解析例 3 (橋構造, ハウトラス)

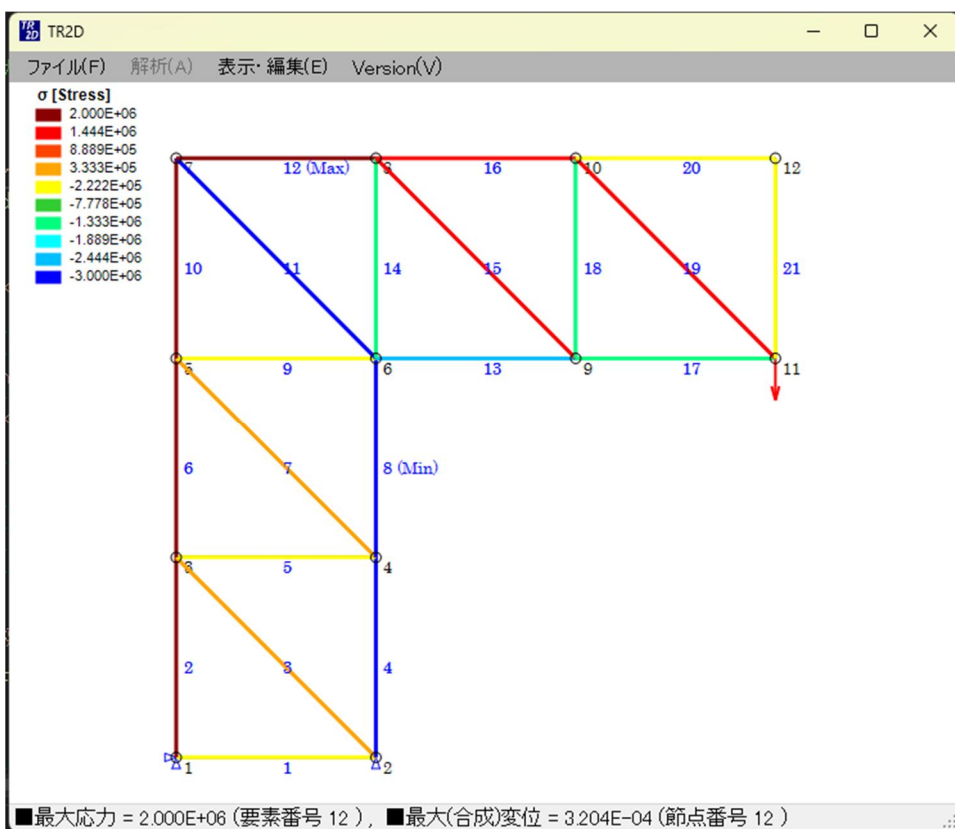
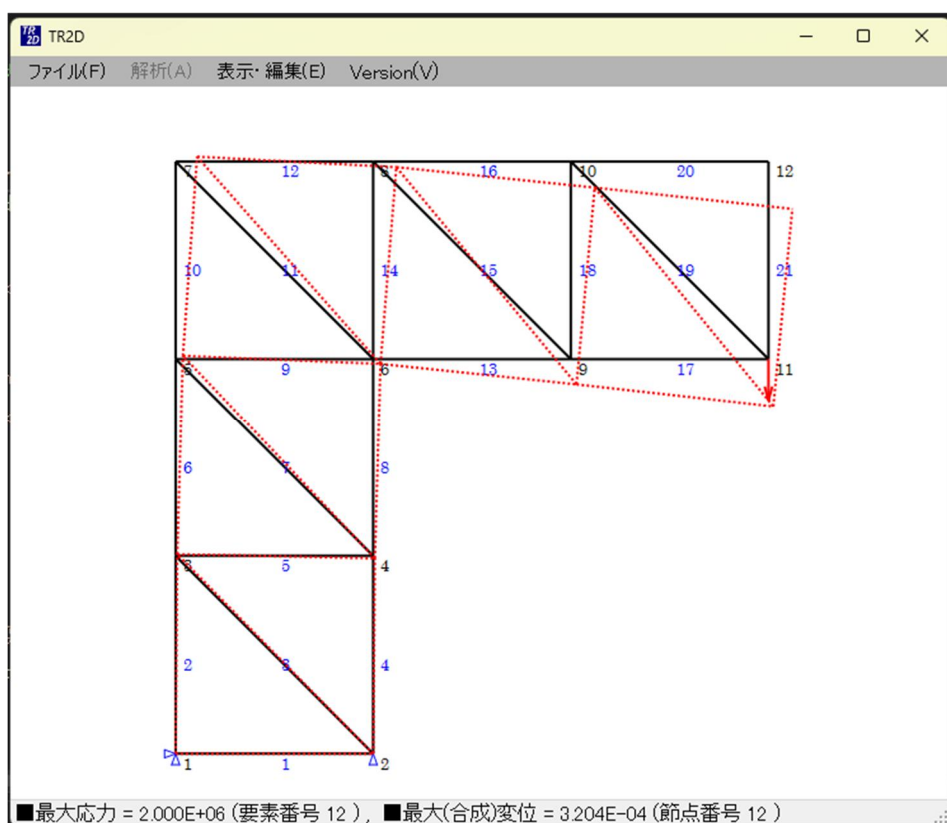


図 9 解析例 4 (クレーン)

5. 利用上の注意, 著作権ほか

本プログラムは, 基本的には, FEM の教育用に開発したものであり, 一般的な実務での利用は意図していない. このため, 演習の目的以外の利用での結果については保証できない.

また, 本プログラムの著作権は著者にあり, 無断複製や第三者への無断配布などは控えていただきたい. 本プログラムには, まだ, 改善すべき点やバグなどがあるように思う. その際は, 作成者までに連絡をいただけるとありがたい. (連絡先: tadashihoribe@gmail.com)

参考文献

- 1) 堀辺, Visual Basic でわかるやさしい有限要素解析, 森北出版 (2008).
- 2) 戸川, 有限要素法概論, 培風館 (1980).
- 3) 朝井, 3 ステップでしっかり学ぶ Visual Basic 入門, 技術評論社 (2024).